MATHEMATIQUES

Corrigé du Brevet blanc du lundi 4 avril 2011

Activités numériques *(sur 10 points)*

Exercice 1 *(sur 5 points)*

$A = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} : \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right)$ $A = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} : \left(\frac{8}{6} - \frac{3}{6}\right)$ $A = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} : \frac{5}{6}$ $A = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} \times \frac{6}{5}$ $A = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{6}{1}$ $A = \frac{3}{4} + \frac{6}{4}$ $\boxed{A = \frac{9}{4}}$ *(1,5 point)* Les nombres 9 et 4 sont premiers entre eux, donc le résultat est écrit sous forme de fraction irréductible.	$B = \frac{21 \times 10^{-4} \times 500 \times (10^2)^3}{0,7 \times 10^8}$ $B = \frac{21 \times 500 \times 10^{-4} \times (10^2)^3}{0,7 \times 10^8}$ $B = \frac{21 \times 500}{0,7} \times \frac{10^{-4} \times 10^6}{10^8}$ $B = \frac{21 \times 500}{0,7} \times 10^{-4+6-8}$ $B = \frac{3 \times 7 \times 5 \times 10^2}{7 \times 10^{-1}} \times 10^{-6}$ $B = 15 \times 10^{2+1} \times 10^{-6}$ $B = 15 \times 10^{-3}$ L'écriture décimale de B est : $\boxed{B = 0,015}$ L'écriture scientifique de B est : $\boxed{B = 1,5 \times 10^{-2}}$ *(2 points)*	$C = \sqrt{75} - 6\sqrt{48} + 11\sqrt{3}$ $C = \sqrt{25 \times 3} - 6\sqrt{16 \times 3} + 11\sqrt{3}$ $C = \sqrt{25} \times \sqrt{3} - 6\sqrt{16} \times \sqrt{3} + 11\sqrt{3}$ $C = 5\sqrt{3} - 6 \times 4\sqrt{3} + 11\sqrt{3}$ $C = (5 - 24 + 11)\sqrt{3}$ $\boxed{C = -8\sqrt{3}}$ *(1,5 point)*

Exercice 2 *(sur 4,5 points)*

1. Une fraction est irréductible lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

Or, en simplifiant un quotient par le PGCD de son numérateur et de son dénominateur, on obtient une fraction irréductible.
On calcule donc le PGCD de 126 et 175.

On peut utiliser l'algorithme d'Euclide.
175 = 126 x 1 + 49
126 = 49 x 2 + 28
49 = 28 x 1 + 21
28 = 21x 1 + 7
21 = 7 x 3 + 0
Donc PGCD (126 ; 175) = 7

On a : 126 : 7 = 18
175 : 7 = 25

$\boxed{\frac{18}{25}}$ est l'écriture irréductible du quotient $\frac{126}{175}$ *(2,5 points)*

2. a) Tous les nombres utilisés ou obtenus doivent être entiers.

Toutes les boules sont distribuées de façon à avoir dans chaque sachet, un même nombre de boules bleues ainsi qu'un même nombre de boules rouges.

Donc le nombre de sachets est un diviseur du nombre de boules bleues d'une part et un diviseur du nombre de boules rouges d'autre part.
Puisqu'on veut obtenir le plus grand nombre de sachets, il s'agit du plus grand diviseur commun à 126 et 175.
Or, à la question 1, on a trouvé PGCD (126 ; 175) = 7

Le commerçant pourra réaliser 7 sachets. *(1,5 point)*

b) Les 126 boules bleues seront réparties dans 7 sachets.
Or, 126 : 7 = 18 d'où 18 boules bleues par sachet.
De même, les 175 boules rouges seront réparties dans 7 sachets.
Or, 175 : 7 = 25 d'où 25 boules rouges par sachet.

Dans chaque sachet, il y aura 18 boules bleues et 25 boules rouges. *(0,5 point)*

Exercice 3 *(sur 4 points)*

QCM

1. $(3x-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$ qui est la réponse **c**. *(1 point)*
2. $(2x-1)(5x-4) = 10x^2 - 5x - 8x + 4$
   $= 10\,x^2 - 13x + 4$ qui est la réponse **b**. *(1 point)*
3. $x^2 = 81$ donc $x^2 - 81 = 0$ d'où $x^2 - 9^2 = 0$ ou encore $(x+9)(x-9) = 0$.
   Or, un produit de facteur est nul si l'un au moins de ses facteurs est nul, c'est-à-dire si $x = -9$ ou si $x = 9$. Il y a donc deux solutions, ce qui est la réponse **c**. *(1 point)*
4. $3(-2)^2 + 5(-2) - 1 = 3 \times 4 - 10 - 1 = 1$ qui est la réponse **a**. *(1 point)*

Activités géométriques *(sur 10,5 points)*

1. Les droites (BD) et (AC) sont sécantes en E puisque B appartient au segment [ED] et A appartient au segment [EC].

Par ailleurs on a d'une part $\frac{EB}{ED} = \frac{5,4}{9}$ et d'autre part $\frac{EA}{EC} = \frac{7,2}{12}$

On compare ces deux quotients en appliquant la propriété de l'égalité des produits en croix :
5,4 x 12 = 64,8
9 x 7,2 = 64,8

On a donc $\frac{5,4}{9} = \frac{7,2}{12}$ d'où $\frac{EB}{ED} = \frac{EA}{EC}$

De plus les points E, B et O sont alignés dans le même ordre que les points E, A et C.

Les conditions d'application étant réunies pour appliquer la propriété réciproque du théorème de Thalès, on peut conclure que les droites (AB) et (CD) sont parallèles. *(2,5 points)*

2. Les droites (BD) et (AC) sont sécantes en E et d'après la question précédente, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Les conditions d'application étant réunies, le théorème de Thalès permet d'écrire : $\frac{EB}{ED} = \frac{EA}{EC} = \frac{AB}{CD}$

C'est-à-dire $\frac{5,4}{9} = \frac{7,2}{12} = \frac{AB}{15}$ donc $\frac{AB}{15} = \frac{5,4}{9}$ (ou bien $\frac{AB}{15} = \frac{7,2}{12}$)

D'où on calcule $AB = \frac{15 \times 0,6 \times 9}{9}$ et on trouve $\boxed{AB = 9}$ *(2 points)*

3. On connaît les longueurs des trois côtés du triangle DEC et [CD] est le côté le plus grand.

Montrer que le triangle DEC est rectangle en E, revient à montrer que les droites (CE) et (DE) sont perpendiculaires.

Calculons séparément $CD^2 = 15^2 = 225$

$CE^2 + ED^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81$

Or, $144 + 81 = 225$ donc $CE^2 + ED^2 = CD^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore appliquée au triangle DEC, ce triangle DEC est rectangle en E et le côté [CD] est son hypoténuse.

Donc les droites (CE) et (DE) sont perpendiculaires. *(2,5 points)*

4. a) Dans le triangle rectangle DEC rectangle en E, $\tan \widehat{ECD} = \frac{ED}{EC}$ c'est-à-dire $\tan \widehat{ECD} = \frac{9}{12}$

Avec la calculatrice, on trouve $\boxed{\widehat{ECD} \approx 37°}$ valeur arrondie au degré près. *(2 points)*

b) Les angles $\widehat{ECD}$ et $\widehat{EAB}$ sont deux angles correspondants formés par les deux droites (AB) et (CD) avec la droite sécante (EC).

De plus les droites (AB) et (CD) sont parallèles, résultat trouvé à la question 1.

Or, si deux droites parallèles forment deux angles correspondants avec une même droite sécante, alors ces angles correspondants sont de même mesure.

Donc $\widehat{ECD} = \widehat{EAB}$.

$\widehat{EAB}$ mesure approximativement 37°, valeur arrondie au degré près. *(1,5 point)*

Problème **(sur 9 points)**

Première partie *(sur 5,5 points)*

1. Pour vendre un billet au tarif A, on applique la propriété : « diminuer un nombre positif de p% revient à multiplier ce nombre par $1 - \frac{p}{100}$; or, $1 - \frac{8}{100} = 0{,}92$

Le prix d'un billet avant réduction est 850 F.

$850 \times 0{,}92 = 782$

Le prix d'un billet avec le tarif A est 782 F. *(1 point)*

2. Tableau de proportionnalité

Soit P le prix d'un billet au tarif normal et P_A le prix réduit correspondant au tarif A.

D'après la propriété utilisée à la question 1, on a :

$P_A = P \times 0{,}92$ autrement dit, le prix d'un billet au tarif A est proportionnel au prix d'un billet au tarif normal.

Réciproquement, on peut calculer P connaissant P_A.

$P = \frac{P_A}{0{,}92}$ *(1 point)*

L'application du tarif A représente une situation de proportionnalité, et on obtient le tableau :

Prix au tarif normal - P	850	2 550	*7 650*	4 250	*10 200*
Prix au tarif A - P_A	782	*2 346*	7 038	*3 910*	9 384

(1,5 point)

3. Si on choisit d'utiliser le tarif B, pour 5 billets, on dépensera :

$1\,000 + 5 \times 600 = 1\,000 + 3\,000 = 4\,000$.

Avec le tarif B, 5 billets valent 4 000 F. *(1 point)*

4. On enlève le prix de la carte d'abonnement à la somme initiale :

$6\,400 - 1\,000 = 5\,400$

Cette somme correspond à un nombre de billets égal à $\frac{5\,400}{600}$; on calcule $\frac{5\,400}{600} = 9$.

Avec 6 400 F, on peut acheter 9 billets au tarif B. *(1 point)*

Deuxième partie *(sur 3,5 points)*

1. Avec le tarif A, chaque billet coûte 782 F, donc le prix de n billets est 782 n (en franc).

La fonction qui au nombre de billets associe le prix payé est la fonction linéaire de coefficient 782.
Or, la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère et (d) est la seule droite passant par l'origine sur le graphique.

Donc, la droite (d) correspond au tarif A. *(2 points)*

2. La droite (d') coupe l'axe des ordonnées au point (0 ; 1 000). Or, 1 000 F est le prix payé pour l'abonnement seul avec le tarif B.

Le point (5 ; 4 000) appartient à la droite (d'). Or, le coût de 5 billets avec le tarif B est de 4 000 F.
Donc la droite (d') est la représentation graphique de la fonction affine modélisant l'utilisation du tarif B :
$x \mapsto 600\,x + 1\,000$

L'abscisse du point de (d') d'ordonnée 2 800 représente le nombre de billets que l'on peut acheter avec 2 800 F.
Le point de (d') d'ordonnée 2 800 a une abscisse égale à 3.

On peut acheter 3 billets (au tarif B) avec 2 800 F.

(1,5 point)